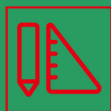


教育图书



功能学具



学生之家

基础教育行业专研品牌

30⁺年专注教育行业

全品学练考

主编 肖德好

练习册

高中数学6

选择性必修第二册 RJA

北京
专版

天津出版传媒集团
天津人民出版社

CONTENTS



目录

04 第四章 数列

PART FOUR

4.1 数列的概念	001
第1课时 数列的概念与表示	001
第2课时 数列的递推公式与前 n 项和	003
4.2 等差数列	005
4.2.1 等差数列的概念	005
第1课时 等差数列的概念与通项公式	005
第2课时 等差数列的性质与应用	007
4.2.2 等差数列的前 n 项和公式	009
第1课时 等差数列的前 n 项和公式及性质	009
第2课时 等差数列的前 n 项和的最值与应用	011
滚动习题(一) [范围 4.1~4.2]	013
4.3 等比数列	015
4.3.1 等比数列的概念	015
第1课时 等比数列的概念与通项公式	015
第2课时 等比数列的性质与应用	017
第3课时 等比数列与等差数列的综合应用	019
4.3.2 等比数列的前 n 项和公式	021
第1课时 等比数列的前 n 项和公式	021
第2课时 等比数列的前 n 项和的性质及应用	023
拓展微课(一) 求数列的通项公式常用方法	025
拓展微课(二) 数列求和常用方法	027
滚动习题(二) [范围 4.1~4.3]	029
4.4* 数学归纳法	031

05 第五章 一元函数的导数及其应用

PART FIVE

5.1 导数的概念及其意义	033
5.1.1 变化率问题	033
5.1.2 导数的概念及其几何意义	035
第1课时 导数的概念	035
第2课时 导数的几何意义	037

5.2 导数的运算	039
5.2.1 基本初等函数的导数	039
5.2.2 导数的四则运算法则	041
5.2.3 简单复合函数的导数	043
④ 滚动习题（三） [范围 5.1~5.2]	045
5.3 导数在研究函数中的应用	047
5.3.1 函数的单调性	047
第1课时 函数的单调性与导数	047
第2课时 利用导数解决函数单调性综合问题	049
5.3.2 函数的极值与最大（小）值	051
第1课时 函数的极值与导数	051
第2课时 函数的最大（小）值与导数	053
第3课时 含参函数的最大（小）值问题	055
第4课时 导数与函数的零点与实际应用	057
④ 习题课 导数的综合应用	059
拓展微课（三） 三次函数的图象与性质及应用	063
拓展微课（四） 常用不等式	065
④ 滚动习题（四） [范围 5.3]	067

◆ 导学案 [单独成册 P109~P186]

◆ 参考答案（练习册） [单独成册 P069~P108]

参考答案（导学案） [单独成册 P187~P226]

» 测 评 卷

单元素养测评卷（一） [第四章]	卷 01
单元素养测评卷（二） A [第五章]	卷 03
单元素养测评卷（二） B [第五章]	卷 05
模块素养测评卷（一）	卷 07
模块素养测评卷（二）	卷 09
参考答案	卷 11

第四章 数列

4.1 数列的概念

第1课时 数列的概念与表示

基础巩固

1. 下列说法中正确的是 ()

- A. 数列 $1, 0, -1, -2$ 与 $-2, -1, 0, 1$ 是相同数列
- B. 数列 $1, 3, 5, 7$ 可表示为 $\{1, 3, 5, 7\}$
- C. 所有数列的通项公式都只有一个
- D. 数列可以看作是一种特殊的函数

2. 下列数列中,既是递增数列又是无穷数列的是 ()

- A. $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots$
- B. $-1, -2, -3, -4, \dots$
- C. $-1, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{8}, \dots$
- D. $1, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \dots, \sqrt{99}$

3. [2025·北京人大附中测试] 数列 $\frac{1}{3}, \frac{3}{5}, \frac{5}{7}, \frac{7}{9}, \frac{9}{11}, \dots$ 的一个通项公式是 $a_n =$ ()

- A. $\frac{2n-3}{2n-1}$
- B. $\frac{2n-1}{2n+1}$
- C. $\frac{2n+1}{2n+3}$
- D. $\frac{2n+3}{2n+5}$

4. 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = \begin{cases} 3n+1, n \text{ 是奇数}, \\ 2n-2, n \text{ 是偶数}, \end{cases}$ 则 $a_2 \cdot a_3 =$ ()

- A. 70
- B. 28
- C. 20
- D. 8

5. 在数列 $\frac{2}{7}, \frac{3}{11}, \frac{4}{15}, \frac{5}{19}, \dots, \frac{n+1}{4n+3}, \dots$ 中, $\frac{10}{39}$ 是它的 ()

- A. 第8项
- B. 第9项
- C. 第10项
- D. 第11项

6. 若数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = n^2 - 4n$, 则下列说法错误的是 ()

- A. 该数列有3个负数项
- B. 该数列有无穷多个正数项
- C. 该数列的最小项大于函数 $f(x) = x^2 - 4x$ 的最小值
- D. 该数列中的所有项均为奇数或4的倍数

7. 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = \frac{1}{n(n+2)}$, 则 $a_{10} =$ _____; 若 $a_n = \frac{1}{168}$, 则 $n =$ _____.

8. 已知数列 $1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, \dots$, 则该数列的第22项为 _____.

9. 写出下列各数列的一个通项公式.

(1) $0.9, 0.99, 0.999, 0.9999, \dots$;

(2) $1\frac{1}{2}, 2\frac{4}{5}, 3\frac{9}{10}, 4\frac{16}{17}, \dots$;

(3) $3, 5, 9, 17, \dots$;

(4) $-\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{15}}{9}, \frac{\sqrt{21}}{12}, -\frac{\sqrt{3}}{5}, \dots$.

班级	
姓名	
题号	答案
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
11	
12	
13	
14	

10. 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = \frac{3n-2}{3n+1}$.

- (1) 求 a_{10} .
- (2) $\frac{7}{10}$ 是否为该数列中的项? 若是, 它为第几项? 若不是, 请说明理由.
- (3) 求证: $0 < a_n < 1$.

13. [2024·通州期末] 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = \frac{1-2n}{n+1}$, 给出下列四个结论:

- ① 数列 $\{a_n\}$ 为递增数列, 且存在常数 $m \leq -2$, 使得 $a_n > m$ 恒成立;
- ② 数列 $\{a_n\}$ 为递减数列, 且存在常数 $m \leq -2$, 使得 $a_n > m$ 恒成立;
- ③ 数列 $\{a_n\}$ 为递增数列, 且存在常数 $m < 0$, 使得 $a_n \leq m$ 恒成立;
- ④ 数列 $\{a_n\}$ 为递减数列, 且存在常数 $m < 0$, 使得 $a_n \leq m$ 恒成立.

其中正确结论的个数为 ()

- A. 1 B. 2
C. 3 D. 4

14. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_n = 2n^2 + \lambda n + 3, n \in \mathbf{N}^*$, 且 $\{a_n\}$ 是递增数列, 则实数 λ 的取值范围是 _____.

15. 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = \frac{n-3}{2^n}$, 试判断数列 $\{a_n\}$ 的单调性, 并判断该数列是否有最大项与最小项.

综合提升

11. 若数列 $\{a_n\}$ 的前四项依次为 2, 12, 112, 1112, 则 $\{a_n\}$ 的一个通项公式为 ()

- A. $a_n = 10^{n-1} + 2$
- B. $a_n = \frac{10^n + 8}{9}$
- C. $a_n = \frac{10^n - 8}{9}$
- D. $a_n = (n-1)(45n-80) + 2$

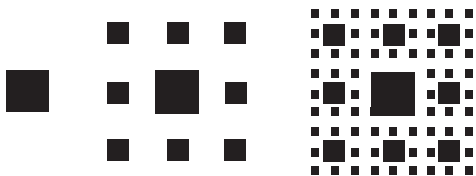
12. 在数列 $\{a_n\}$ 中, 已知 $a_n = n^2 + \lambda n (n \in \mathbf{N}^*)$, 则 “ $a_1 < a_2$ ” 是 “ $\{a_n\}$ 是递增数列” 的 ()

- A. 充分不必要条件
- B. 必要不充分条件
- C. 充要条件
- D. 既不充分也不必要条件

第2课时 数列的递推公式与前 n 项和

基础巩固

- 在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_n = 1 - \frac{1}{a_{n-1}}$ ($n \geq 2$), $a_1 = 2$, 则 $a_2 =$ ()
 A. $\frac{1}{2}$ B. 2
 C. $-\frac{1}{2}$ D. -1
- [2025 · 北京清华附中测试] 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $S_n = 2n^2 + 1$, 则 $a_1 + a_4 =$ ()
 A. 16 B. 17
 C. 20 D. 21
- [2025 · 北京交大附中测试] 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1}(1 - a_n) = 1$, 若 $a_1 = -1$, 则 $a_{10} =$ ()
 A. 2 B. -2
 C. -1 D. $\frac{1}{2}$
- 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $a_1 = 1$, $a_{n+1} = 2S_n$, 则 $S_4 =$ ()
 A. 27 B. 40
 C. 80 D. 81
- 如图, 在三个正方形块中, 着色正方形的个数依次构成一个数列的前三项, 则这个数列的一个递推公式为 ()



- $a_{n+1} = 8a_n$
 - $a_{n+1} = a_n + 8n$
 - $a_{n+1} = a_n + 8^{n-1}$
 - $a_{n+1} = a_n + 8^n$
- 记 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 若 $a_n = n(8 - n)$ ($n = 1, 2, \dots$), 则 ()
 A. $\{a_n\}$ 有最大项, $\{S_n\}$ 有最大项
 B. $\{a_n\}$ 有最大项, $\{S_n\}$ 有最小项
 C. $\{a_n\}$ 有最小项, $\{S_n\}$ 有最大项
 D. $\{a_n\}$ 有最小项, $\{S_n\}$ 有最小项

- [2026 · 丰台期末] 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且满足 $a_1 = 0$, $a_{n+1} + 2S_n = n$, 则 $a_4 =$ _____.
- 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $S_n = n^2 + 3n + 1$, 则数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 _____.
- 已知数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 1$, $a_{n+1} = \frac{n}{n+1}a_n$.
 (1) 写出数列 $\{a_n\}$ 的前 5 项;
 (2) 猜想数列 $\{a_n\}$ 的通项公式.

班级	
姓名	
题号	答案
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
11	
12	
13	
14	

10. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=1, a_n=a_{n-1}+\sqrt{n+1}-\sqrt{n} (n \geq 2)$, 求 a_n .

14. [2025 · 北京北师大附中测试] 已知函数

$$f(x)=\begin{cases} \frac{1}{x}, & 0 < x \leq 1, \\ x-1, & x > 1, \end{cases} \text{ 数列 } \{a_n\} \text{ 满足 } a_1=m$$

$$(m > 0), a_{n+1}=f(a_n).$$

给出下列三个结论:

- ①若 $a_3=3$, 则 m 有 3 个不同的可能取值;
 ②若 $m=\sqrt{2}-1$, 则 $a_{n+3}=a_n (n \in \mathbf{N}^*)$;
 ③对于任意 $m > 2$, 存在正整数 T , 使得 $a_{n+T}=a_n (n \in \mathbf{N}^*)$.

其中所有正确结论的序号是_____.

15. 已知 S_n 是数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 且 $S_n=\frac{1}{2}n^2+\frac{1}{2}n$.

- (1)求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;
 (2)若 $b_n=2^{a_n}-5a_n$, 求数列 $\{b_n\}$ 中的最小项.

综合提升

11. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1}=\frac{n}{n+2}a_n$, 且 $a_1=1$, 则

$$a_n = \quad \quad \quad (\quad)$$

- A. $\frac{2}{(n+1)^2}$ B. $\frac{2}{n(n+1)}$
 C. $\frac{n}{2^n}$ D. $\frac{1}{2n-1}$

12. [2025 · 北京北师大附中测试] 设数列 $\{a_n\}$ 的

前 n 项和为 S_n . 若 $a_1=2, S_n=\frac{(n+1)a_n}{2}$, 则

$$a_6 = \quad \quad \quad (\quad)$$

- A. 18 B. 12
 C. 6 D. 3

13. 已知数列 $\{a_n\}$ 中, $a_2=1, a_n+a_{n+1}=2026 (n \in \mathbf{N}^*)$, 那么 $a_{2027} =$ _____.

4.2 等差数列

4.2.1 等差数列的概念

第1课时 等差数列的概念与通项公式

基础巩固

- [2026·北京一零一中测试] 已知等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_5=10, a_9=30$,则公差 $d=$ ()
A. -5 B. -2
C. 2 D. 5
- 已知等差数列 $2, 0, -2, -4, \dots$,则 -48 是这个数列的 ()
A. 第24项 B. 第25项
C. 第26项 D. 第27项
- [2025·北京北师大附中测试] 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_5=3, a_9=15$,则 $a_6=$ ()
A. 4 B. 5
C. 6 D. 9
- 若等差数列 $\{a_n\}$ 的首项是 -24 ,且从第10项开始大于0,则公差 d 的取值范围是 ()
A. $[\frac{8}{3}, +\infty)$ B. $(-\infty, 3)$
C. $[\frac{8}{3}, 3)$ D. $(\frac{8}{3}, 3]$
- 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式是 $a_n=n-1$,则下列结论中正确的是 ()
A. 数列 $\{a_n\}$ 是公差为 -1 的等差数列
B. 数列 $\{a_n\}$ 的图象只能在第一象限
C. 数列 $\{a_n\}$ 是有穷数列
D. 数列 $\{a_n\}$ 的图象在直线 $y=x-1$ 上
- 下列通项公式表示的数列不是等差数列的有 ()
A. $a_n=3n+1$
B. $a_n=n^2+1$
C. $a_n=1$
D. $a_n=1-2n$
- 已知 $1, a, 5-2a$ 构成等差数列,则实数 a 的值为 _____.
- 写出一个同时具有性质① $2a_{n+1}=a_n+a_{n+2}$,
② $a_{n+1}<a_n$ 的数列 $\{a_n\}$ 的通项公式: $a_n=$ _____.
- 在等差数列 $\{a_n\}$ 中,已知 $a_2+a_5=24, a_{17}=66$.
(1)求 a_{2026} .
(2)2024是否为数列 $\{a_n\}$ 中的项?若是,为第几项?

班级	
姓名	
题号	答案
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
11	
12	
13	
14	

10. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_n = \frac{3a_{n-1}}{a_{n-1}+3} (n \geq 2 \text{ 且 } n \in \mathbf{N}^*)$, 且 $a_n \neq 0$.

(1) 求证: 数列 $\left\{\frac{1}{a_n}\right\}$ 是等差数列;

(2) 当 $a_1 = \frac{1}{2}$ 时, 求 a_{2026} .

13. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, 若 $2a_3 + a_9 = 18$, 则 $a_2 + 3a_6$ 的值为_____.

14. 某网站举办了一场针对本网站会员的奖品派发活动, 派发规则如下: ①会员编号能被 3 除余 1 且被 5 除余 1 的会员可以获得精品吉祥物一套; ②不符合①中条件的会员可以获得普通吉祥物一套. 已知该网站的会员共有 2024 人(编号为 1 号到 2024 号, 中间没有空缺), 则获得精品吉祥物的人数为_____.

15. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1, a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 1, n \text{ 为奇数}, \\ a_n + 2, n \text{ 为偶数}. \end{cases}$

(1) 求 a_2, a_3 ;

(2) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式.

综合提升

11. [2026 · 北京人大附中测试] 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{m+n} = a_m + a_n (m, n \in \mathbf{N}^*), a_3 = 6$, 则 $a_6 =$ ()

- A. 6 B. 12
C. 15 D. 18

12. [2025 · 海淀期末] 设 $\{a_n\}$ 是所有项都不为 0 的无穷等差数列, 则“ $\left\{\frac{1}{a_n}\right\}$ 为递减数列”是“ $\{a_n\}$ 为递增数列”的 ()

- A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件

第2课时 等差数列的性质与应用

基础巩固

- 已知等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_6+a_7+a_8=6$,则 $a_7=$ ()
A. 1 B. 2
C. 4 D. 8
- [2024·北京人大附中测试] 在等差数列 $\{a_n\}$ 中,若 $a_1+a_2+a_3=3$, $a_4+a_5+a_6=21$,则其公差为 ()
A. 2 B. 3
C. 6 D. 18
- 已知数列 $\{a_n\},\{b_n\}$ 都是等差数列,且 $a_1-b_1=2$, $a_2-b_2=1$,则 $a_5-b_5=$ ()
A. -2 B. -1
C. 1 D. 2
- [2025·延庆期中] 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1+a_2+a_6+a_{11}=4$,则 $a_3+a_7=$ ()
A. 5 B. 4
C. 3 D. 2
- 我国古代数学名著中有如下问题:“今有五人分六钱,令前三人所得与后二人等,各人所得均增,问各得几何?”其意思是:已知 A,B,C,D,E 五个人分重量为6钱(“钱”是古代的一种重量单位)的物品, A,B,C 三人所得物品的钱数之和与 D,E 二人所得物品的钱数之和相等,且 A,B,C,D,E 每人所得物品的钱数依次构成递增的等差数列,问五个人各分得多少钱的物品?在这个问题中, C 分得物品的钱数是 ()
A. $\frac{6}{5}$ B. $\frac{7}{6}$
C. $\frac{8}{7}$ D. $\frac{9}{8}$
- [2025·北京八一中学测试] 在无穷等差数列 $\{a_n\}$ 中,公差为 d ,则“存在 $m \in \mathbf{N}^*$,使得 $a_1+a_2+a_3=a_m$ ”是“ $a_1=kd(k \in \mathbf{N}^*)$ ”的 ()
A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件
- 等差数列 $\{a_n\}$ 的第3项为12,第6项为4,则此数列的第9项为_____.
- 在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_5=5$, $a_8=10$,若 $\left\{\frac{1}{a_n}\right\}$ 为等差数列,则 $a_{12}=$ _____.
- 已知 $\{a_n\}$ 是等差数列.
(1)若 $a_1-a_4+a_8-a_{12}+a_{15}=2$,求 a_3+a_{13} 的值;
(2)若 $a_{49}=80$, $a_{59}=100$,求 a_{79} .

班级	
姓名	
题号	答案
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
11	
12	
13	
14	
15	

10. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为正数, a_2 与 a_8 的等差中项为8,且 $a_3a_7=28$.
- (1)求 $\{a_n\}$ 的通项公式.
- (2)从 $\{a_n\}$ 中依次取出第3项,第6项,第9项, $\dots$,第 $3n$ 项,按照原来的顺序组成一个新数列 $\{b_n\}$,判断938是不是数列 $\{b_n\}$ 中的项?并说明理由.

综合提升

11. [2025·东城期末] 做一个木梯需要7根横梁,这从上到下7根横梁的长度成等差数列,现有长为1.5 m的一根木杆刚好可以截成最上面的三根横梁,长为2 m的一根木杆刚好可以截成最下面的三根横梁,那么正中间的一根横梁的长度是 ()
- A. $\frac{13}{24}$ m B. $\frac{7}{12}$ m
- C. $\frac{5}{8}$ m D. $\frac{2}{3}$ m
12. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1>0$,且 $a_1+a_2+a_3+\dots+a_{101}=0$,则 ()
- A. $a_1+a_{101}>0$ B. $a_1+a_{101}<0$
- C. $a_3+a_{99}=0$ D. $a_{51}>a_{50}$
13. [2025·大兴期末] 给定一组正整数 a_1,a_2,a_3,a_4,a_5 ,则“这5个数依次成等差数列”是“这5个数的平均数和中位数均为 a_3 ”的 ()
- A. 充分不必要条件
- B. 必要不充分条件
- C. 充要条件
- D. 既不充分也不必要条件
14. 有两个等差数列2,6,10, $\dots$,190和2,8,14, $\dots$,200,由这两个等差数列的公共项按从小到大的顺序组成一个新数列,则这个新数列有 _____ 项.
15. [2026·北京人大附中测试] 已知数列 $\{a_n\}$ 的各项均为正数, $a_2=3a_1$, S_n 为其前 n 项和.若 $\{\sqrt{S_n}\}$ 是公差为 $\frac{1}{2}$ 的等差数列,则 $a_1=_____$, $a_n=_____$.

4.2.2 等差数列的前 n 项和公式

第1课时 等差数列的前 n 项和公式及性质

基础巩固

1. [2025·延庆期末] 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $a_1 + a_2 = 0$, $a_3 + a_4 = 8$, 则 S_7 的值为 ()

A. 21 B. 22
C. 24 D. 35

2. 记 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 若 $a_3 + a_5 = 16$, $S_{10} = 110$, 则 $S_{15} =$ ()

A. 240 B. 225
C. 120 D. 30

3. [2025·北京三十五中测试] 记 S_n 是等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 如果 $S_{10} = 120$, 那么 $a_5 + a_6$ 的值是 ()

A. 48 B. 36
C. 24 D. 12

4. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $S_5 = 7$, $S_{10} = 21$, 则 $S_{15} =$ ()

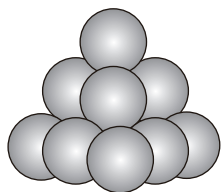
A. 35 B. 42
C. 49 D. 63

5. [2026·北京四中测试] 如果等差数列 $\{a_n\}$ 的前 20 项的和为 100, 那么 $a_7 a_{14}$ 的最大值为 ()

A. 25 B. 50
C. 100 D. 不存在

6. [2025·北京延庆五中测试]

古希腊毕达哥拉斯学派的“三角形数”是一列点(或圆球)在等距的排列下可以形成正三角



形的数, 如 1, 3, 6, 10, 15, ... 我国宋元时期数学家朱世杰在《四元玉鉴》中所记载的“垛积术”, 其中的“落一形”锥垛就是每层为“三角形数”的三角锥垛(如图所示, 从上到下, 第一层有 1 个球, 第二层有 3 个球, 第三层有 6 个球……). 若某“落一形”三角锥垛有 20 层, 则第 18 层球的个数为 ()

A. 190 B. 171
C. 153 D. 136

7. [2025·海淀期末] 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = 2n - 1$, 则 $a_3 =$ _____; 记 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 则 $S_{10} =$ _____. (用数字作答)

8. 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $a_1 = 25$, $S_{17} = S_9$, $S_m = S_{14}$ ($m \in \mathbf{N}^*$, $m \neq 14$), 则 m 的值为 _____.

9. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d , 前 n 项和为 S_n .

(1) 若 $a_1 = \frac{5}{6}$, $a_n = -\frac{3}{2}$, $S_n = -5$, 求 n 和 d ;

(2) 若 $a_6 = 10$, $S_5 = 5$, 求 a_8 和 S_{10} .

(3) 若 $S_5 = 24$, 求 $a_2 + a_4$.

班级	
姓名	
题号	答案
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
11	
12	
13	
14	

10. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_3=7, a_9=-5$.
 (1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;
 (2) 设 $T_n = |a_1| + |a_2| + |a_3| + \cdots + |a_n|$, 求 T_n .

13. 在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1=2, a_{n+1}=a_n+2$, 若 $a_k + a_{k+1} + \cdots + a_{k+9} = 270$, 则 $k =$ _____.
14. [2025 · 北京北师大附中测试] 数列 $\{a_n\}$ 满足: 对任意 $k \in \mathbf{N}^*$, 数列 $a_{2k-1}, a_{2k}, a_{2k+1}$ 是公差为 d_k 的等差数列, 且数列 $\{d_k\}$ 也是等差数列. 若 $a_1=0, a_3=4, a_7=24$, 则 $a_5 =$ _____; $\{a_n\}$ 的前 9 项和等于 _____.
15. 已知数列 $\{a_n\}$ 的各项均为正数, 记 S_n 为 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 且 $2S_n = a_n^2 + a_n$.
 (1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;
 (2) 记 $c_n = (-1)^n a_n a_{n+1}$, 求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

综合提升

11. 已知 S_n 是等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, T_n 是数列 $\left\{\frac{S_n}{n}\right\}$ 的前 n 项和, 若 $S_7=7, S_{15}=75$, 则 $T_n =$ _____ ()
- A. $\frac{n^2-9n}{4}$ B. $\frac{n^2+9n}{4}$
 C. $\frac{n^2-3n}{4}$ D. $\frac{n^2+3n}{4}$
12. 记 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 则下列说法错误的是 _____ ()
- A. $S_6 = 2S_4 - S_2$
 B. $S_6 = 3(S_4 - S_2)$
 C. $S_{2n}, S_{4n} - S_{2n}, S_{6n} - S_{4n}$ 成等差数列
 D. $\frac{S_2}{2}, \frac{S_4}{4}, \frac{S_6}{6}$ 成等差数列

第2课时 等差数列的前 n 项和的最值与应用

基础巩固

- 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = 24 - 3n$, 则该数列的前 n 项和 S_n 取得最大值时, $n =$ ()
A. 7 B. 8
C. 7 或 8 D. 9
- 为了让自己渐渐养成爱运动的习惯, 小张 11 月 1 日运动了 2 分钟, 从第二天开始, 每天运动的时长比前一天多 2 分钟, 则从 11 月 1 日到 11 月 15 日, 小张运动的总时长为 ()
A. 3.5 小时 B. 246 分钟
C. 4 小时 D. 250 分钟
- [2024 · 通州期末] 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $a_1 = 10$, 公差 $d = -2$, 则 ()
A. S_n 有最大值 $\frac{121}{4}$
B. S_n 有最大值 $\frac{81}{4}$
C. S_n 有最大值 30
D. S_n 有最小值 30
- 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, 已知 $a_1 = 13$, $3a_2 = 11a_6$, 则数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n 的最大值为 ()
A. 98 B. 50
C. 49 D. 7
- [2025 · 朝阳期末] 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 则“ $S_3 > 0$ ”是“ $\{S_n\}$ 为递增数列”的 ()
A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件
- [2025 · 顺义期末] 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的公差 d 满足 $d < 0$, 前 n 项和为 S_n , 且 $S_n \leq S_{10}$, 则 ()
A. $a_{10} \geq 0, a_{11} < 0$ 或 $a_{10} > 0, a_{11} \leq 0$
B. $a_{10} > 0, a_{11} < 0$
C. $a_{10} = 0, a_{11} < 0$
D. $a_{10} > 0, a_{11} = 0$
- [2025 · 大兴期末] 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $a_1 = -5$, $a_3 + a_4 = 0$, 则当 $n =$ _____ 时, S_n 最小.
- 若当且仅当 $n = 8$ 时, 等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n 取得最大值, 则数列 $\{a_n\}$ 的通项公式可以是 _____. (写出满足题意的一个通项公式即可)
- 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 对任意 $n \in \mathbf{N}^*$, 点 (n, a_n) 在直线 $2x - y - 22 = 0$ 上.
(1) 求 S_n ;
(2) 求 S_n 的最小值及取得最小值时 n 的值.

班级	
姓名	
题号	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
11	
12	
13	
14	

10. 某公司今年年初用 25 万元引进一种新的设备,投入设备后每年收益为 21 万元.同时,公司每年需要付出设备的维修和工人工资等费用,第一年总费用为 2 万元,第二年总费用为 4 万元,以后每年总费用都增加 2 万元.

(1)引进这种设备后,求该公司使用这种设备第 n ($n \leq 18$)年后所获得的利润 $f(n)$ (单位:万元);
(2)这种设备使用多少年,该公司的年平均获利最大?

13. 《张邱建算经》是我国古代数学史上的杰作,该书中有首古民谣记载了一个数列问题:“南山一棵竹,竹尾凤割断,剩下三十节,一节一个圈,头节高五寸^①,头圈一尺三^②,逐节多三分^③,逐圈少分三^④,一蚁往上爬,遇圈则绕圈.爬到竹子顶,行程是多远?”此民谣提出的问题的答案为 _____ 尺.(注释:①第 1 节的高度为 0.5 尺;②第一圈的周长为 1.3 尺;③每节比其下面的一节多 0.03 尺;④每圈周长比其下面的一圈少 0.013 尺)

14. 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ,若对任意的 $n \in \mathbf{N}^*$,均有 $S_8 \leq S_n$ 成立,则 $\frac{a_2}{a_1}$ 的取值范围为 _____.

15. 已知数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_1 = \frac{3}{5}, b_{n+1} = 2 - \frac{1}{b_n}, n \in \mathbf{N}^*$,数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_n = \frac{2}{b_n - 1}, n \in \mathbf{N}^*$.

(1)证明数列 $\{a_n\}$ 是等差数列,并求其通项公式.

(2)设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ,问 S_n 是否存在最小值?若存在,求 S_n 的最小值及取得最小值时 n 的值;若不存在,请说明理由.

综合提升

11. [2025 · 石景山期末] 已知 $\{a_n\}$ 是各项均为整数的递增数列,且 $a_1 \geq 3$,若 $a_1 + a_2 + \cdots + a_n = 100$,则 n 的最大值为 ()

A. 9 B. 10
C. 11 D. 12

12. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的首项为 a_1 ,公差为 d ,其前 n 项和为 S_n ,若 $S_8 < S_6 < S_7$,则下列说法错误的是 ()

A. 当 $n=7$ 时, S_n 最大
B. 使得 $S_n < 0$ 成立的最小自然数 $n=13$
C. $|a_6 + a_7| < |a_8 + a_9|$
D. 数列 $\left\{\frac{S_n}{a_n}\right\}$ 中的最小项为 $\frac{S_8}{a_8}$

► 滚动习题 (一)

范围 4.1~4.2

(时间:45 分钟 分值:100 分)

一、选择题(本大题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分)

- [2026·丰台期末] 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=1$, $a_{n+1}-a_n=2(n \in \mathbf{N}^*)$, 则 $a_6=$ ()
A. -9 B. 9
C. 11 D. 13
- [2024·东城期末] 已知 S_n 是数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, $S_n=n^2+2n$, 则 $a_2=$ ()
A. 1 B. 3
C. 5 D. 8
- [2025·北京北师大附中测试] 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $a_3+a_7=6$, $S_{11}=11$, 则公差 d 的值为 ()
A. 1 B. -1
C. 2 D. -2
- 有穷数列 $2^{-2}, 1, 2^2, 2^4, \dots, 2^{2n}$ 的项数是 ()
A. $n+1$ B. $2n-4$
C. n D. $n+2$
- 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $S_{10}=20$, 则 $a_5 a_6$ 的最大值为 ()
A. 2 B. 4
C. 6 D. 8
- [2026·平谷期末] 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=1$, $a_{n+1}-a_n=n$, 那么其前 4 项和 S_4 等于 ()
A. 7 B. 10 C. 14 D. 15
- [2025·房山期末] 设 $\{a_n\}$ 是公差为 $d(d \neq 0)$ 的等差数列, 其前 n 项和为 S_n , 则“ $d>0$ ”是“ $\forall n \in \mathbf{N}^*, S_{n+1}>S_n$ ”的 ()
A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件

- [2026·北京清华附中测试] 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=1$, 对于任意的 $n \in \mathbf{N}^*$, 有 $a_{n+1}^2 - a_n^2 = 2n+1$, $a_n a_{n+1} < 0$, 则 $a_1+a_2+\dots+a_{100}=$ ()
A. 5050 B. 50
C. -5050 D. -50

二、填空题(本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分)

- [2025·大兴期中] 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+2}=a_{n+1}+a_n$, 且 $a_1=a_2=1$, 则 $a_5=$ _____.
- 已知 $\{a_n\}$ 是递增的等差数列, 前三项的和为 12, 前三项的积为 48, 则它的首项是 _____.
- [2026·朝阳期末] 已知 $\{a_n\}$ 为等差数列, $a_1=1$, $a_4=7$, 将 $\{a_n\}$ 的各项排成如下三角形数阵, 其中第 n 行有 n 个数:

第1行				a_1					
第2行				a_2		a_3			
第3行			a_4		a_5		a_6		
第4行		a_7		a_8		a_9		a_{10}	
...						...			

设 b_n 为该数阵第 n 行所有数之和, 则 $b_4=$ _____, $b_n=$ _____.

- [2026·北京首师大附中测试] 设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 满足 $(a_n-1)^2=4(100-S_n)$, $n \in \mathbf{N}^*$, 且 $a_1>0$, $a_n+a_{n-1} \neq 0 (n \geq 2)$, 则下列结论正确的是 _____. (填序号)
① $a_n = -2n+21$;
② 数列 $\left\{\frac{S_n}{n}\right\}$ 为等差数列;
③ 当 $n=11$ 时, S_n 取得最大值;
④ 设 $b_n = a_n a_{n+1} a_{n+2}$, 则当 $n=8$ 或 $n=10$ 时, 数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和取得最大值.

班级	
姓名	
答题区	题号
	1
	2
	3
	4
	5
	6
	7
	8
	9
	10
	11
	12

三、解答题(本大题共 3 小题,共 40 分)

13. (13 分)[2024·房山期中] 已知数列 $\{a_n\}$ 中,

$$a_1=1 \text{ 且 } a_{n+1}=\frac{a_n}{2a_n+1}.$$

- (1)求数列 $\{a_n\}$ 的第 2,3,4 项;
 (2)猜想数列 $\{a_n\}$ 的通项公式,并证明.

14. (13 分)记等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ,已知 $S_3=-15$,且 $a_1, a_3, -a_4$ 成等差数列.

- (1)求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式,并求 S_n 取得最小值时 n 的值;

(2)求数列 $\{|a_n|\}$ 的前 16 项和 T_{16} .

15. (14 分)已知 $\{a_n\}$ 为等差数列, $b_n = \begin{cases} a_n-6, n \text{ 为奇数}, \\ 2a_n, n \text{ 为偶数}, \end{cases}$ 记 S_n, T_n 分别为数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 的前 n 项和, $S_4=32, T_3=16$.

- (1)求 $\{a_n\}$ 的通项公式;
 (2)求 T_n .

4.3 等比数列

4.3.1 等比数列的概念

第1课时 等比数列的概念与通项公式

基础巩固

- 下列数列为等比数列的是 ()
 - $0, 1, 2, 4, \dots$
 - $2^2, 4^2, 6^2, 8^2, \dots$
 - $q-1, (q-1)^2, (q-1)^3, (q-1)^4, \dots$
 - $\frac{1}{a}, \frac{1}{a^2}, \frac{1}{a^3}, \frac{1}{a^4}, \dots$
- 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $a_1, \frac{S_3}{3}, a_4$ 成公比为 q 的等比数列, 则 q 等于 ()
 - 1 或 2
 - 2
 - 1
 - 2 或 4
- [2026 · 北京交大附中测试] 已知 $a_n = 3n + 4$, 则 $\{2^{a_n}\}$ 的公比是 ()
 - 2
 - 4
 - 8
 - 16
- 在2和8之间插入3个实数 a, x, b , 使得 $2, a, x, b, 8$ 成等比数列, 则 x 的值为 ()
 - 4
 - 4 或 4
 - 4
 - 5
- 已知各项均为正数的等比数列 $\{a_n\}$ 的前3项和为21, 且 $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} = \frac{7}{12}$, 则 $a_2 =$ ()
 - 6
 - 4
 - $\frac{3}{2}$
 - 2
- [2025 · 北京教师进修学校测试] 已知 $\{a_n\}$ 是等比数列, 则“ $a_2 < a_4$ ”是“ $\{a_n\}$ 是递增数列”的 ()
 - 充分不必要条件
 - 必要不充分条件
 - 充要条件
 - 既不充分也不必要条件
- [2025 · 北京北师大附中测试] 已知 $1, a, 4a-4$ 成等比数列, 则 $a =$ _____.
- 已知 $\{a_n\}$ 为等比数列, $a_3 = 2, a_2 + a_4 = \frac{20}{3}$, 则 $\{a_n\}$ 的通项公式为_____.
- (1) 在等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_2 + a_5 = 18, a_3 + a_6 = 9$, 若 $a_m = 1$, 求 m 的值.
(2) 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的各项均为正数, 且 $a_1 + a_3 = 10, 4a_3^2 = a_2 \cdot a_6$, 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式.

班级	
姓名	
题号	答案
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
11	
12	
13	
14	

10. 已知各项都为正数的数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=1$, $a_n^2 - (2a_{n+1} - 1)a_n - 2a_{n+1} = 0$.
- (1) 求 a_2, a_3 ;
- (2) 求证 $\{a_n\}$ 是等比数列, 并求 $\{a_n\}$ 的通项公式.

12. [2025·海淀期末] 已知等差数列 $\{a_n\}$ 和等比数列 $\{b_n\}$, $a_1=b_1=-4$, $a_4=2$, $a_5=8b_4$, $m \in \mathbf{N}^*$, 则满足 $a_m \cdot b_m > 1$ 的 m ()
- A. 有且仅有 1 个
B. 有且仅有 2 个
C. 有且仅有 3 个
D. 有无数个
13. 已知 $\{a_n\}$ 是首项为负数, 公比为 q 的等比数列, 若对任意的正整数 n , $2a_{2n-1} + a_{2n} > 0$ 恒成立, 则 q 的值可以是 _____. (只需写出一个)
14. 设数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=1$, $a_2=\sqrt{e}$, $a_n^2 \sqrt{a_{n-2}} = a_{n-1}^2 (n \geq 3, n \in \mathbf{N}^*)$, 则 $\ln a_{2026} - \frac{1}{2} \ln a_{2025}$ 的值为 _____.
15. 记 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 已知 $a_n > 0$, $a_2 = a_1(1 - a_1)$, 且数列 $\{\sqrt{1 - S_n}\}$ 是等比数列, 证明: $\{a_n\}$ 是等比数列.

综合提升

11. [2025·西城期末] 若数列 $\{a_n\}$ 是存在负数项的无穷等比数列, 则“数列 $\{a_n\}$ 有最小项”是“数列 $\{|a_n|\}$ 有最大项”的 ()
- A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件